

交互作用

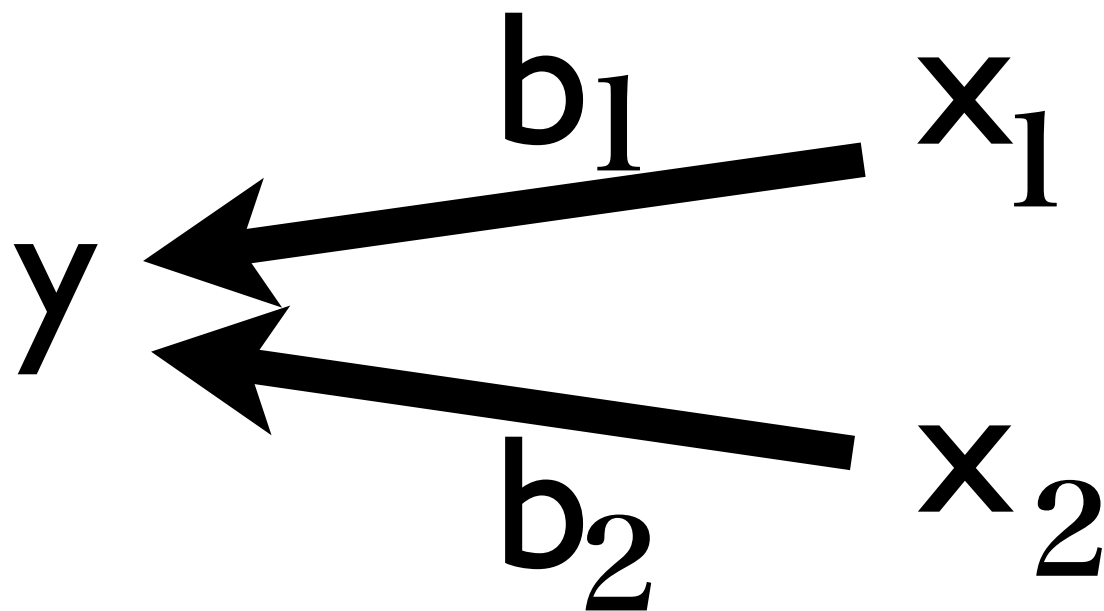
interaction

一般化線形モデル

Generalized Linear Models

交互作用

ある説明変数の効果が、
他の説明変数の値によりちがう



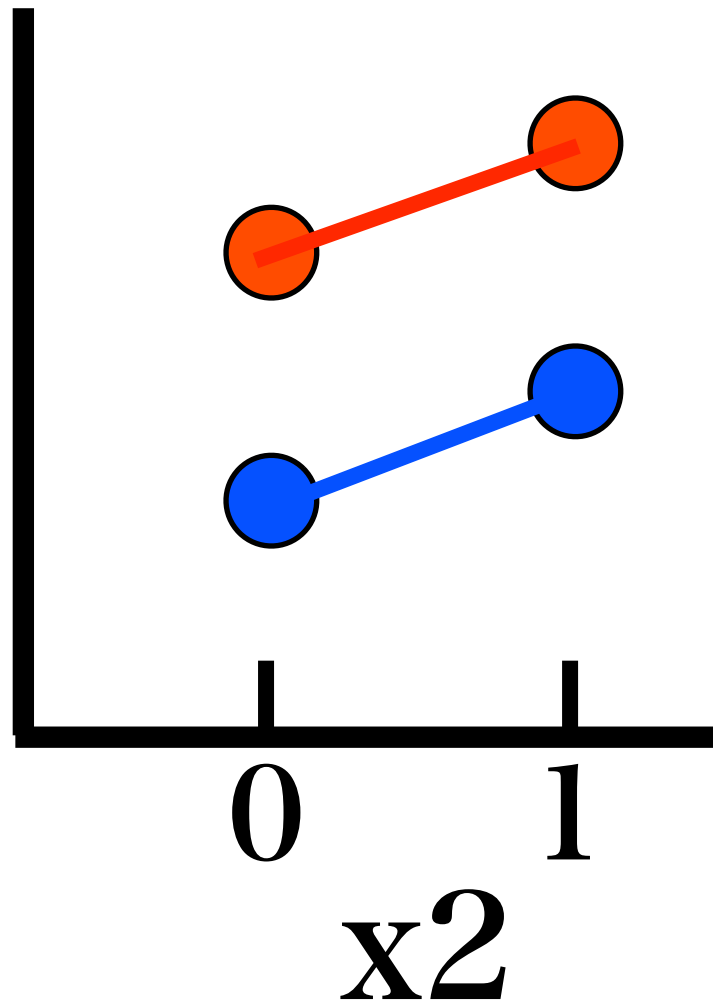
交互作用

ある説明変数の効果が、
他の説明変数の値によりちがう

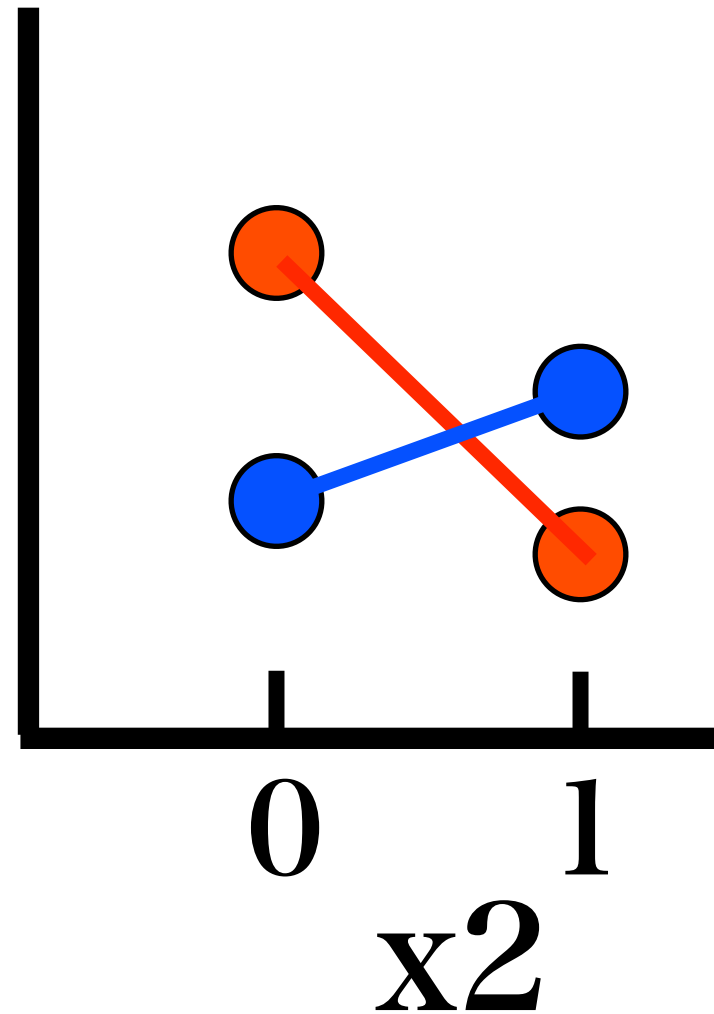
交互作用がないとき = 独立

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

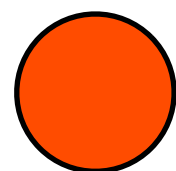
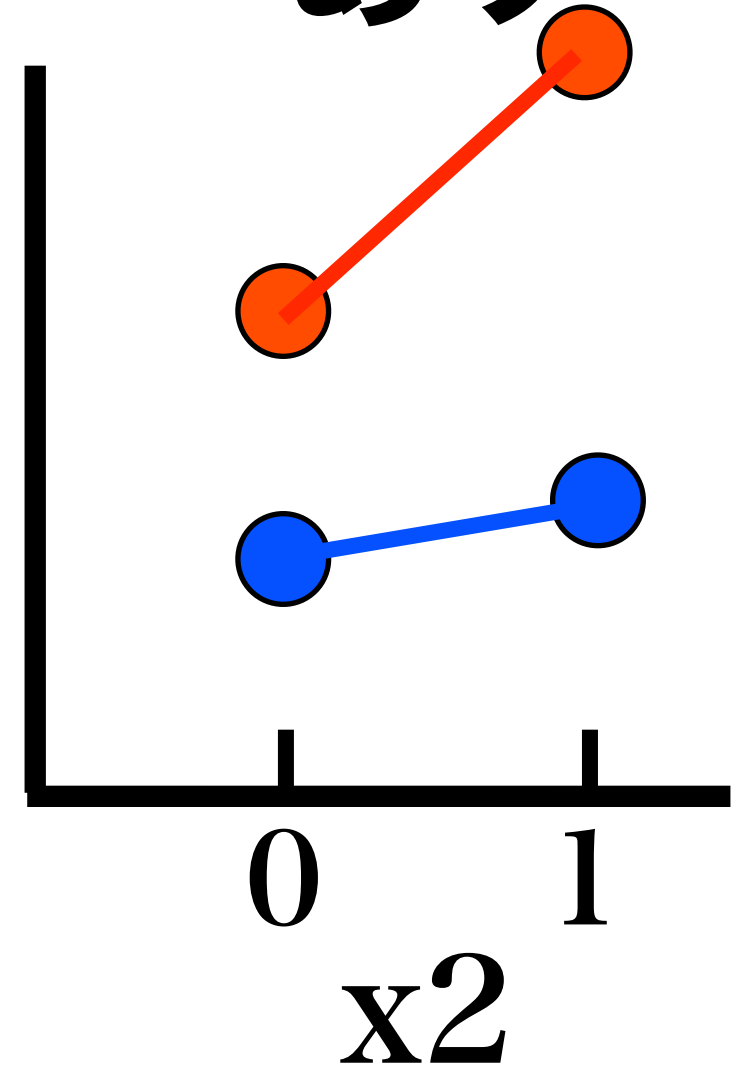
交互作用
なし



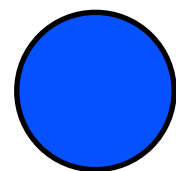
交互作用
あり



交互作用
あり



$x_1 = 0$ のとき



$x_1 = 1$ のとき

正規線形モデルの時代

回帰（重回帰）：交互作用は見ないのが普通

分散分析：交互作用を見る

交互作用とは

交互作用の意味とリンク

GLMでの交互作用の扱い方

交互作用と主効果

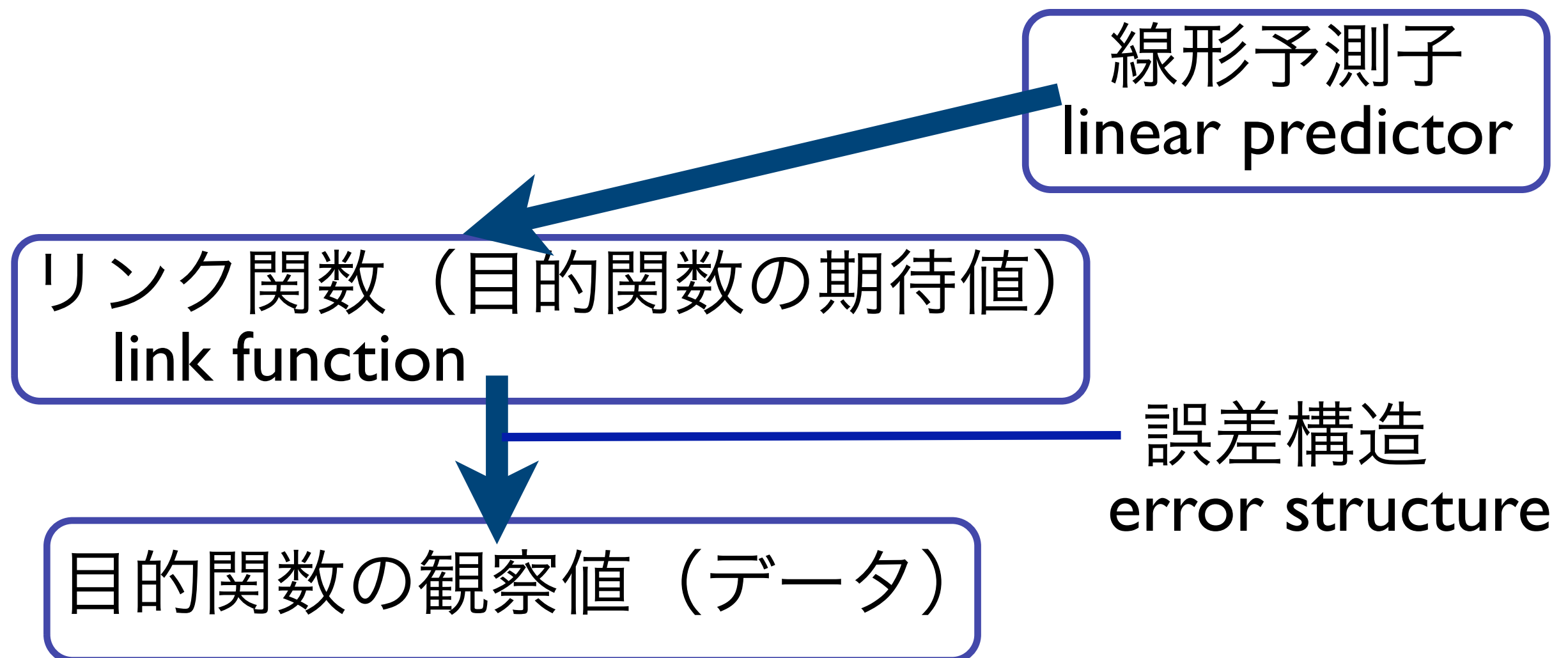
minefield

much confusion

交互作用

ある説明変数の効果が、
他の説明変数の値によりちがう

GLM 3つの構成要素



		要因Aが	
		ない	ある
要因Bが	ない	0.8	0.4
	ある	0.4	0

要因の存在
により0.4減る

要因の存在
により半分に
なる

		要因Aが	
		ない	ある
要因Bが	ない	0.8	0.4
	ある	0.4	0.2

		要因Aが	
		ない	ある
要因Bが	ない	0.8	0.4
	ある	0.4	0

identityリンク

要因Aが

		要因Aが	
		ない	ある
要因Bが	ない	0.8	0.4
	ある	0.4	0.2

logリンク

交互作用がない場合—独立

identity リンク

0.8	0.4
0.4	0

log リンク

0.8	0.4
0.4	0.2

logit リンク

0.8	0.4
0.4	0.1

比例ハザード

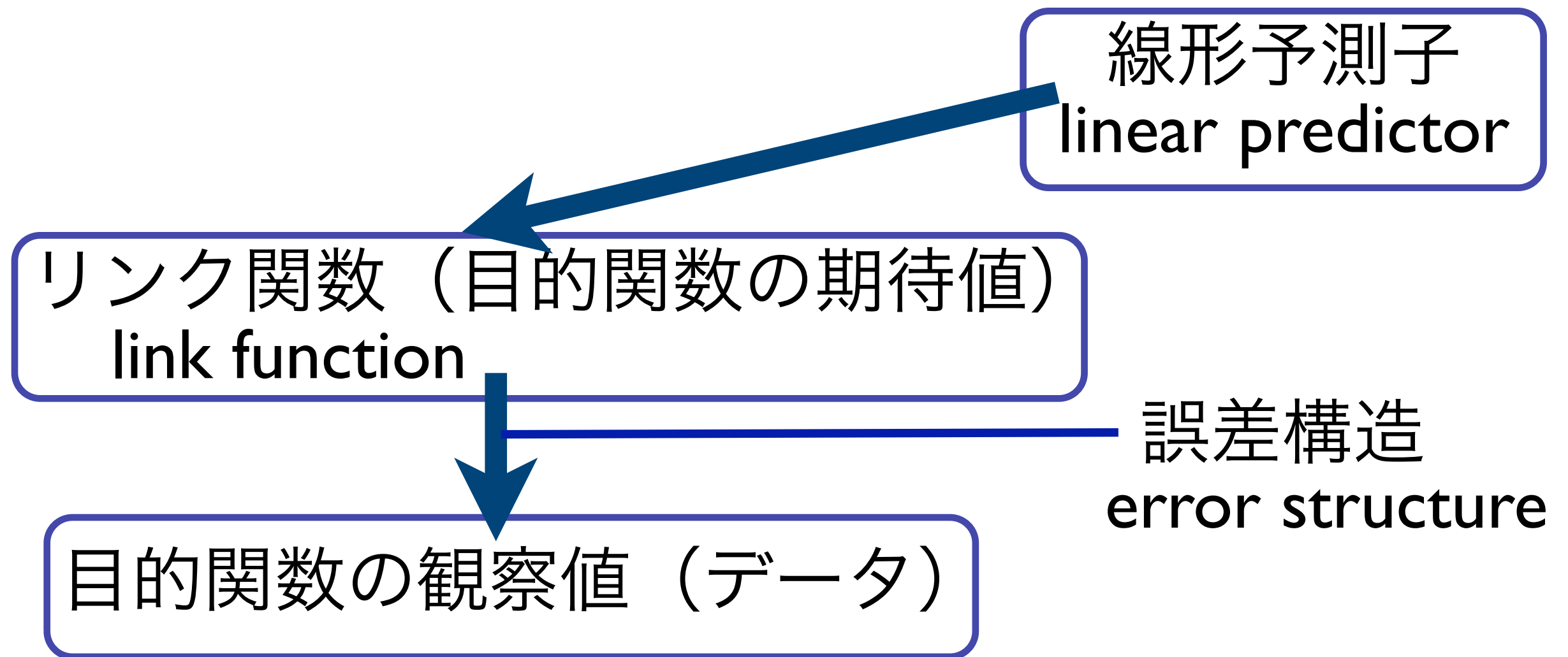
0.8	0.4
0.4	0.023

交互作用がない場合—独立
リンク関数により異なる

交互作用が意味するところ
リンク関数により異なる
交互作用の有無や大きさ
リンク関数により異なる

GLMでの交互作用の扱い方

GLM 3つの構成要素



交互作用

交互作用がないときー独立

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

線形予測子そのもの

これでは交互作用は扱えない・・・

説明変数で一工夫

**GLMにおける交互作用
＝説明変数の積**

GLMにおける交互作用 ＝説明変数の積

x1	x2	積
1.2	0.5	0.6
2.3	-1.0	-2.3
2.0	2.2	4.4
5.5	1.2	6.6



これを説明変数として使う

GLMにおける交互作用

説明変数の積

正規線形モデル

交互作用

Call: glm(formula = y1 ~ x1:x2)

Coefficients:

(Intercept)	x1:x2
<u>-0.50719</u>	<u>0.06401</u>

Call: glm(formula = y1 ~ I(x1 * x2))

Coefficients:

(Intercept)	I(x1 * x2)
<u>-0.50719</u>	<u>0.06401</u>

積

さらに試して . . .

GLMにおける交互作用

説明変数の積 正規線形モデル

Call: glm(formula = y1 ~ x1 * x2)

交互作用

Coefficients:

(Intercept)	x1	x2	x1:x2
<u>-0.4088</u>	0.3493	-0.2506	-0.1684

Call: glm(formula = y1 ~ x1 + x2 + I(x1 * x2))

積

Coefficients:

(Intercept)	x1	x2	I(x1 * x2)
<u>-0.4088</u>	0.3493	-0.2506	-0.1684

もっと試して・・・

GLMにおける交互作用

説明変数の積

ロジスティック回帰

Call: glm(formula = cbind(yp01, yp02) ~ xp01:xp02,
family = binomial)

Coefficients:

(Intercept)	xp01:xp02
<u>0.5242</u>	<u>0.2517</u>

交互作用

Call: glm(formula = cbind(yp01, yp02) ~ I(xp01 * xp02),
family = binomial)

Coefficients:

(Intercept)	I(xp01 * xp02)
<u>0.5242</u>	<u>0.2517</u>

積

さらにさらに試して・・・

GLMにおける交互作用

説明変数の積

ポアソン回帰

Call: glm(formula = yp01 ~ xp01 * xp02, family = poisson)

Coefficients:

(Intercept)	xp01	xp02	xp01:xp02
1.90555	-0.09924	-0.13358	0.02532

交互作用

Call: glm(formula = yp01 ~ xp01 + xp02 + I(xp01 * xp02), family = poisson)

Coefficients:

(Intercept)	xp01	xp02	I(xp01 * xp02)
1.90555	-0.09924	-0.13358	0.02532

積

さらに試して・・・

GLMにおける交互作用

どのリンクでも

どの誤差構造でも

主効果が両方入っていても、片方でも、
交互作用単独でも

説明変数の積

説明変数の積を 新しい説明変数として使用

それでいいのか？

x1	x2	積		x1	x2	積
0	0.5	0	x1に+5	5	0.5	2.5
1	-1.0	-1		6	-1.0	-6
0.5	6	3.0		6.5	6	39
-1.5	-2	3.0		3.5	-2	-7.0

交互作用と主効果

much confusion

混乱

minefield

地雷原

説明変数に 交互作用だけが入っている場合

x1	x2	$y = x1 + x2$	
-1.0	2.0	1	交互作用なし、 残差 0
-0.5	2.5	2	
0.0	3.0	3	
0.5	3.5	4	説明変数に 交互作用だけで 分析してみる
1.0	4.0	5	
1.5	4.5	6	

交互作用なし、残差 0



説明変数に交互作用だけで分析

```
glm(formula = y1 ~ x1:x2, family = gaussian)
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
x1:x2	0.54759	0.05713	9.585	0.000662



交互作用はないのに、強い交互作用検出

交互作用があるときの主効果

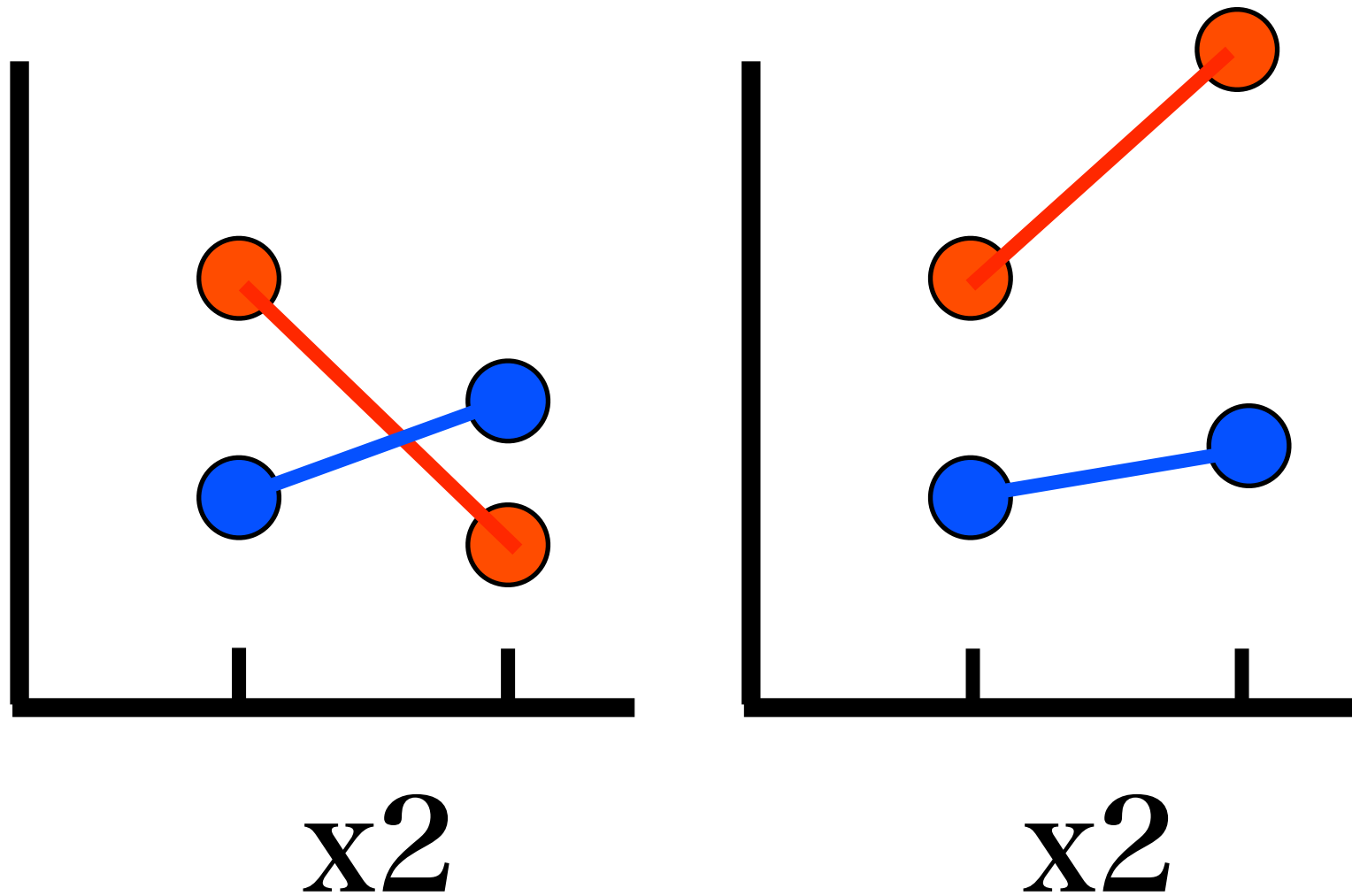
$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \text{交互作用}$$

主効果
main effect

交互作用

説明変数の値が定数だけ変化すると

交互作用があるときの主効果



そもそも
どこで主効果を見るか

ない0 ある1

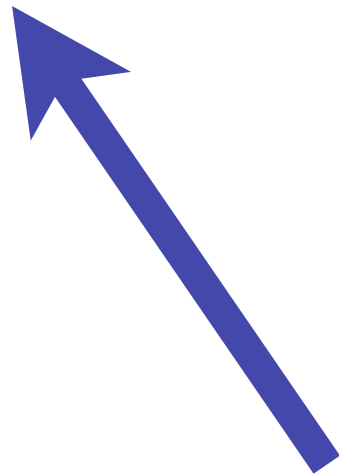
ダミー変数

ない-0.5 ある+0.5

対比（線形対比）

説明変数に主効果のみ

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$



説明変数の値が定数だけ変化しても
切片の項の変化で”吸収”される

説明変数に交互作用のみ

交互作用の効果の大きさが変化する

x1 0と1

x2 0と1

(Intercept)

x1:x2

-0.1128

-0.1117

Residual Deviance: 14.58 AIC: 56.44

x1 -0.5と0.5

x2 -0.5と0.5

(Intercept)

x1c:x2c

-0.14068

0.05534

Residual Deviance: 14.62 AIC: 56.49

説明変数に交互作用のみ

交互作用の大きさが変化—内容的にも

x1 0と1

x2 0と1

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
x1:x2	<u>-0.1117</u>	0.4648	-0.240	0.813

Df Deviance

x1:x2		<u>0.0468</u>
-------	--	---------------

x1 -0.5と0.5

x2 -0.5と0.5

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
x1c:x2c	<u>0.05534</u>	0.80617	0.069	0.946

Df Deviance

x1c:x2c		<u>0.0038</u>
---------	--	---------------

説明変数に交互作用と主効果

主効果の大きさが変化する

交互作用は変化なし

x1 0と1

x2 0と1

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
x1	-0.01141	0.599996	-0.019	0.985
x2	-0.23915	0.599996	-0.399	0.695
x1:x2	0.05534	0.84847	0.065	0.949

x1 -0.5と0.5

x2 -0.5と0.5

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
x1c	0.01626	0.42424	0.038	0.970
x2c	-0.21148	0.42424	-0.498	0.625
x1c:x2c	0.05534	0.84847	0.065	0.949

説明変数に交互作用と主効果

交互作用による尤度変化の大きさ：変化なし

x1 0と1

x2 0と1

Df Deviance

x1:x2 | 0.0038

x1 -0.5と0.5

x2 -0.5と0.5

Df Deviance

x1c:x2c | 0.0038

説明変数に交互作用と主効果

主効果による尤度変化の大きさが変化する

x1 0と1

x2 0と1

x2

Df Deviance

| 0.143

x1 -0.5と0.5

x2 -0.5と0.5

x2

Df Deviance

| 0.2236

説明変数の値が定数だけ変化

説明変数に交互作用のみ

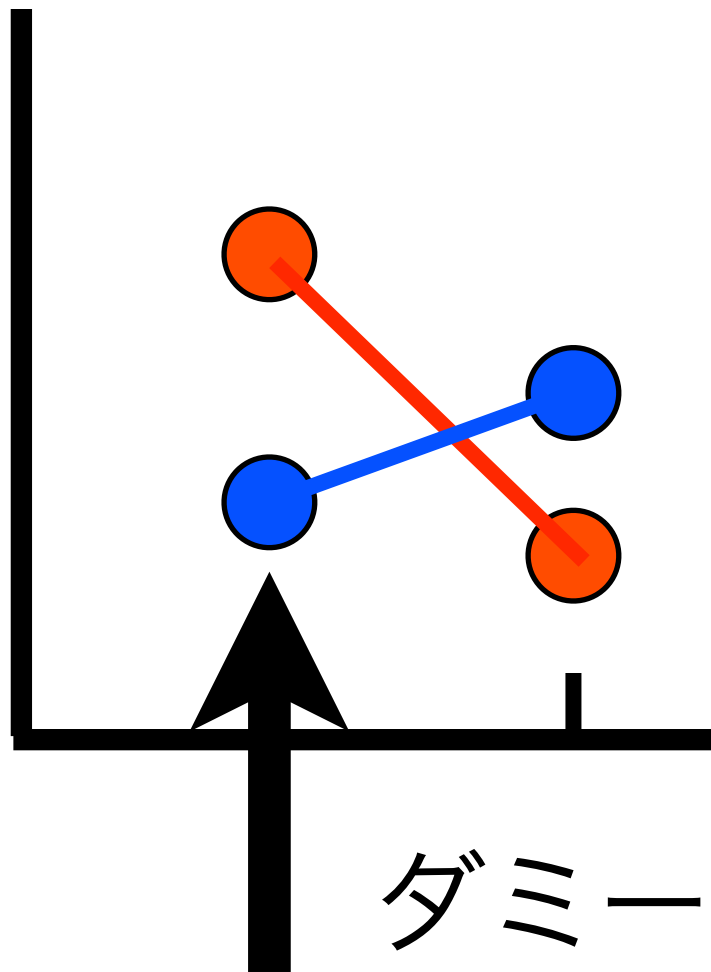
交互作用の効果：内容的に変化

説明変数に交互作用と主効果

主効果：内容的に変化

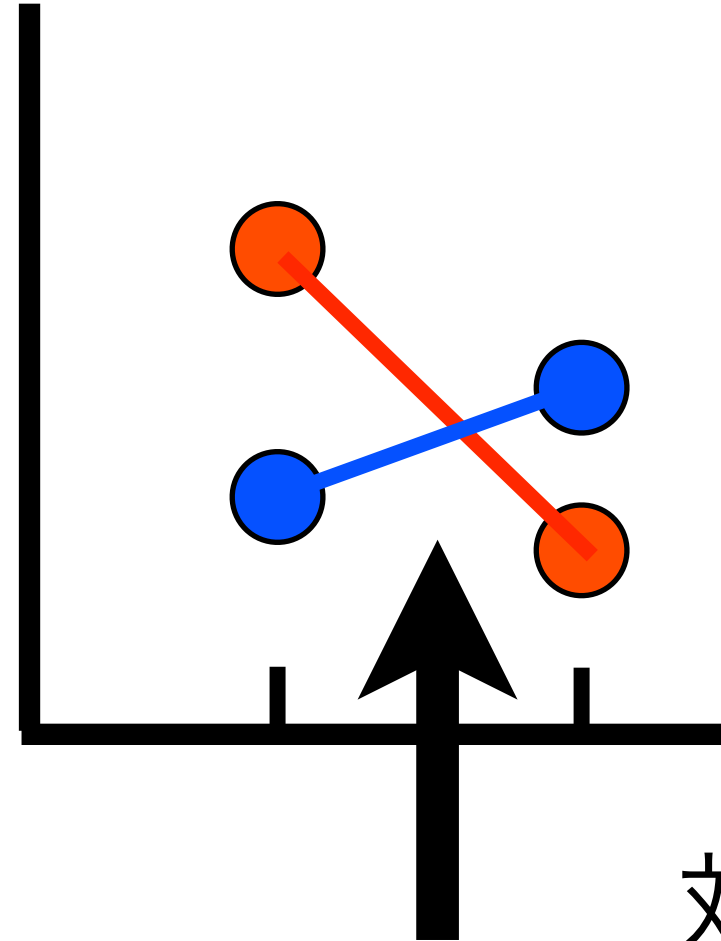
交互作用の効果：変化なし

[交互作用 & 主効果のモデル]での 主効果



ダミー変数型

$(0, 1)$ はここでみる



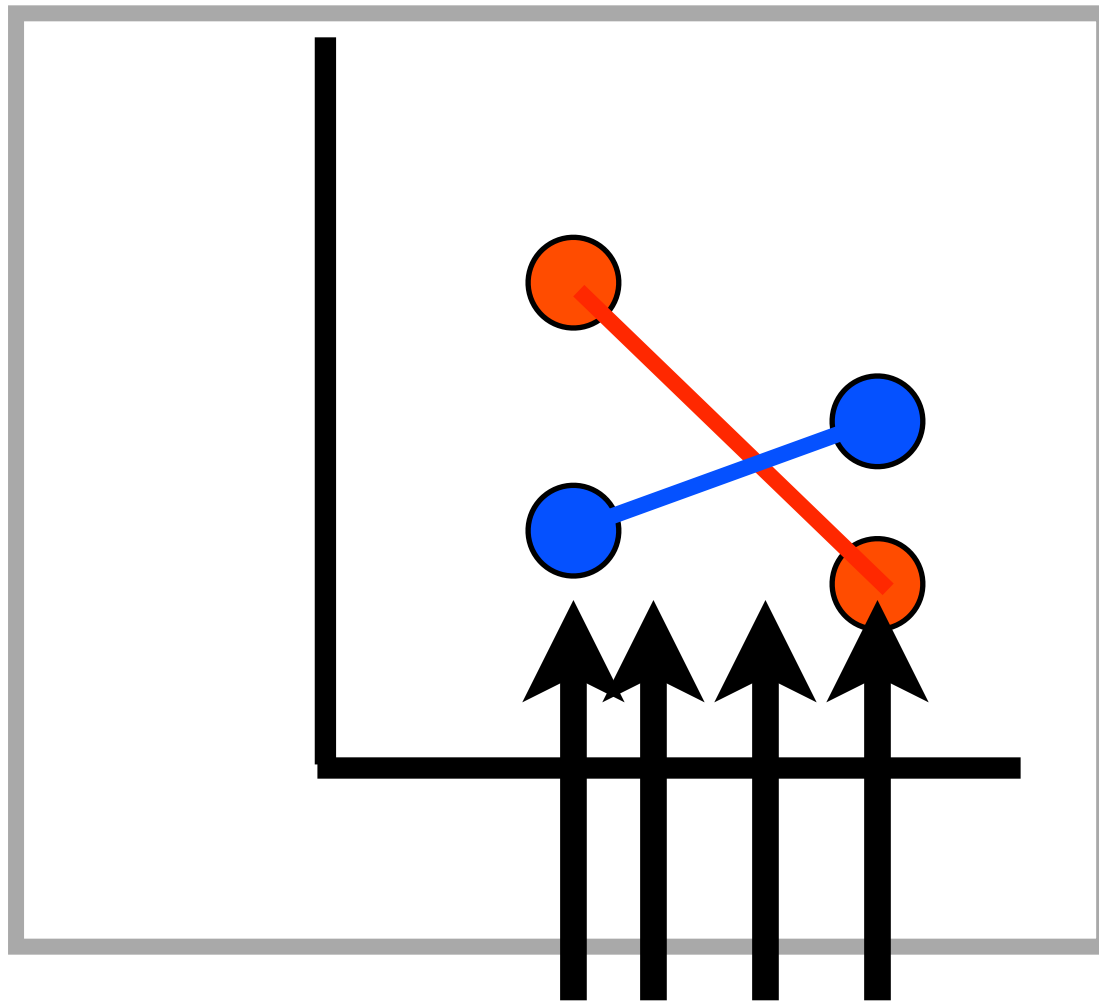
対比型

$(-0.5, 0.5)$ はここでみる

どこで主効果をみるか

説明変数に交互作用と主効果

主効果があらわすもの



自分が見たいものと
異なる可能性

自分の分析目的と合っているかーチェック必須

交互作用があるときの主効果

未解決— 分散分析（正規線形モデル）での論争

(1) 主効果は扱わない—（主効果＋交互作用）を扱う

Searle 1971 [2144+]

(2) まず交互作用を検定し、有意なら主効果は扱わず、
有意でなければ交互作用なしのモデル

Seber 1977 [1047+]

Snedecor & Cochran 1967 [19830+]

(3) 主効果をどこで評価するか決めておく

Arnold 1981 [221+]

Yates 1934 [239+]

(4) サンプルサイズに応じ主効果を
どこで評価するか決める

Scheffe 1959 [4752+]

統計学の外的問題がある

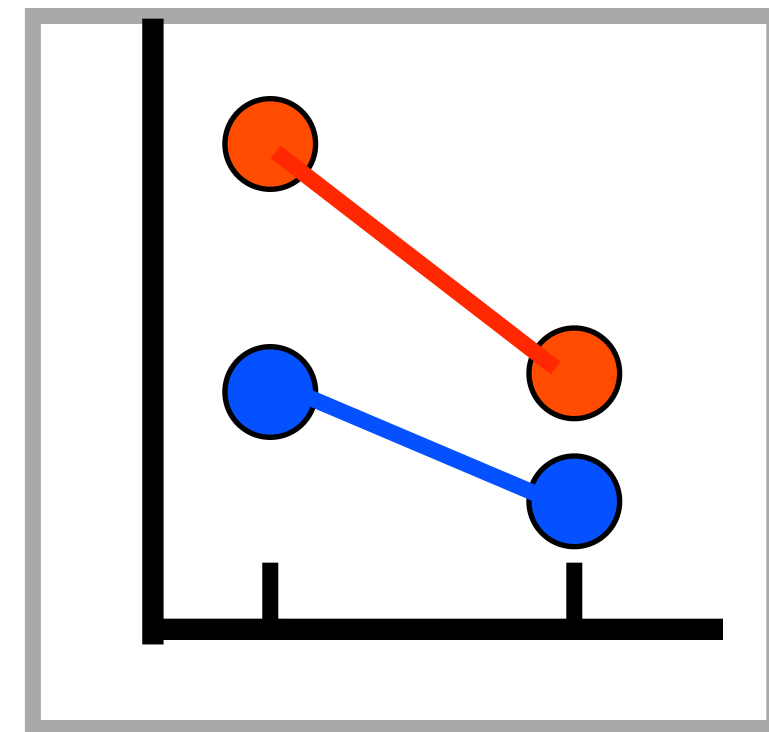
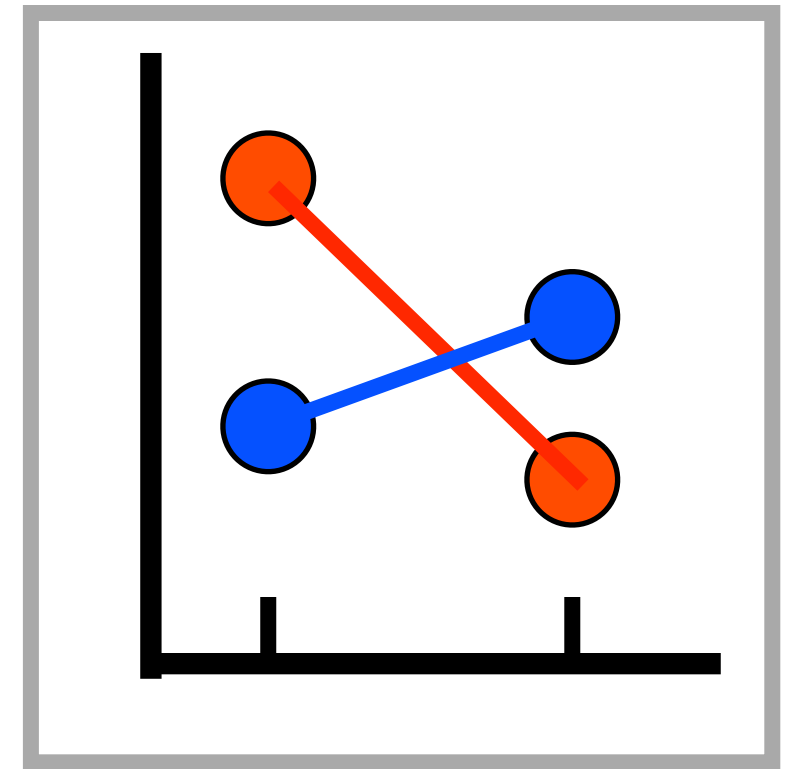
主効果というものの内実

(あ) なんらかの平均の比較

(い) 特定のところの比較
(他の説明変数の値)

(う) 区間全体で、上／下にある

(え) 効果はばらつくが平均は＋／－
(効果を正規分布で表現して、母平均が正／負)



交互作用

あいまいな取り扱い→意味の薄い結論
ない

交互作用の意味を量的につかんでおく必要

影響は交互作用だけではなく主効果にも

分析目的のはっきりしない、

漠然とした主効果の検討

→何を見ているのかわからない

